

Recenze testu Matematika – základní úroveň

(státní maturita ve školním roce 2010/2011)

Předmětem recenze jsou verze testu zveřejněná na www.eduin.cz a verze Pokynů k hodnocení tohoto testu (resp. jeho otevřených úloh) zveřejněné na stejném místě (bez pokynu k hodnocení úlohy 7, který zřejmě nebyl naskenován).

U každé úlohy jsme posuzovali zejména to, zda je její **zadání jednoznačné a srozumitelné** a zda jsou **pravidla pro její hodnocení věcně správná a přiměřená účelu testu a počtu žáků** (zejména otevřené úlohy). Celý test jsme pak po obsahové stránce porovnali s *Katalogem požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky platným od školního roku 2009/2010 – MATEMATIKA, základní úroveň obtížnosti* (schválilo Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR dne 11. 3. 2008 pod č.j. 3242/2008-2/CERMAT – dále jen Katalog), zveřejněným na <http://www.novamaturita.cz/katalogy-pozadavku-1404033138.html>.

Katalog vymezuje dva typy požadavků ke zkoušce – konkrétní matematické dovednosti a znalosti uspořádané do tzv. **tematických celků** s podrobně vymezenou náplní (například algebraické výrazy, rovnice a nerovnice nebo analytická geometrie) a tzv. **kompetence** shrnuté do pěti hlavních kategorií (osvojení matematických pojmů a dovedností, matematické modelování, vymezení a řešení problému, komunikace a užití pomůcek).

Dále Katalog podrobněji specifikuje samotnou zkoušku: upřesňuje **typy úloh** v didaktickém testu, **podíl jednotlivých tematických celků v testu a pomůcky**, které žáci mohou používat během zkoušky. Na závěr Katalog přináší **příklady úloh** z jednotlivých tematických celků.

1. Shrnutí

Zadání všech úloh testu jsou jednoznačná a srozumitelná. Pravidla hodnocení odpovědí žáků pokládáme za přiměřená účelu testu i počtu testovaných žáků. Ke stejným výsledkům jako autoři testu jsme dospěli rovněž při řešení uzavřených úloh. **(podrobněji viz část 5)**

Test obsahuje dvě úlohy, jejichž formát odporuje požadavkům Katalogu. Úspěšnost žáků v těchto úlohách to nejspíš výrazněji neovlivnilo, přesto se však domníváme, že **žáci, kterým některá z obou úloh zhoršila výsledek v testu, mohou oprávněně namítat, že formát úloh požadovaný Katalogem nebyl v těchto případech dodržen.** Vzhledem k významu, který ministerstvo školství státní maturitě přikládá, jde o podstatný nedostatek – jestliže si dodavatel testu nechal schválit závazné požadavky, měl povinnost je dodržet. **(podrobněji viz část 2)**

Test obsahuje pouze úlohy odpovídající tematicky Katalogu, jeho složení však porušuje požadované zastoupení jednotlivých tematických celků. Požadavky Katalogu nebyly dodrženy u pěti tematických celků při srovnání podle počtu úloh a u šesti tematických celků při srovnání podle maximální váhy úloh v možném bodovém zisku žáka. Vzhledem k tomu, že Katalog obsahuje celkem devět tematických celků a jeho požadavky jsou uvedeny formou dostatečně širokého procentního rozmezí, pokládáme tento nedostatek maturitního testu za závažný. I proto, že k němu nebyl důvod. Díky Katalogu se žáci mohli při přípravě vědomě více soustředit na některé tematické celky, aby měli jistotu odpovídajícího bodového zisku. Taková strategie přípravy je samozřejmě zcela legitimní. **Na nedodržení požadavků Katalogu mohli především doplatit maturanti, kteří se při přípravě důkladněji věnovali stereometrii.** **(podrobněji viz část 3)**

Kompetence žáků, které by měly být při výuce matematiky rozvíjeny, jsou v Katalogu popsány celkem 21 podkategoriemi. Téměř polovinu z nich (9) přitom netestuje žádná úloha testu, jednu podkategorii pak ověřuje jediná úloha 19, a to ještě jen za předpokladu, že žák pro její řešení ne zvolil výpočet, ale konstrukční postup (Katalog s ním počítá v části 6.1. – využívat poznatků o množinách všech bodů dané vlastnosti při řešení úloh). Test ověřuje především ty kompetence, které víceméně jen jinými slovy pojmenovávají skutečnost, že žák si umí přečíst zadání, porozumí

mu a realizací vhodného postupu dojde ke správném výsledku. **Test zcela přehlíží ty kompetence, které sice měli učitelé rozvíjet i dříve, ale rámcové vzdělávací programy na ně nyní kladou větší důraz. Bez výjimky je v testu pominuta kategorie kompetencí nazvaná Matematické modelování,** do níž patří především dovednosti žáků související s matematizací reálných situací. Pojetí testu je proto v zásadním rozporu s probíhající kurikulární reformou a dává školám i žákům nepřijatelný signál: „**To, co nově zdůrazňuje kurikulární reforma ve výuce matematiky, není vůbec důležité. Matematika nemá s životem nic společného, je třeba ji vyučovat a studovat jako zcela abstraktní a formální systém. A je to nezáživná nuda.**“ Obdobně test pomíjí například schopnost žáků matematicky argumentovat, diskutovat o výsledcích, přesně se vyjádřit a prezentovat získané informace a výsledky. Nemluvě o ověřování schopnosti žáků využívat moderní informační technologie jako zdroj informací, nástroj pro řešení problémů i jako prostředek prezentace výsledků, k nimž dospěli. (podrobněji viz část 4)

Při posuzování náročnosti testu jsme zjistili, že **obtížnost všech jeho úloh je přiměřená příkladem uváděným v Katalogu, případně je přímo odvoditelná z vymezení příslušné části některého tematického celku v Katalogu.** Upozorňujeme však na to, že především **pro žáky středních odborných škol je test neúměrně náročný tematickou šíří záběru.** Požadavky Katalogu dále prohlubují existující **rozpor mezi nutností probrat v omezeném čase poměrně široké pole učiva na straně jedné a potřebou rozvíjet myšlení žáků například směrem k větší hloubce, důkladnosti, přesnosti a vytrvalosti na straně druhé.** Všechny úlohy testu také ověřují jen schopnost žáků provádět velmi krátké postupy řešení v izolovaných oblastech matematického učiva – nikoli jejich schopnost zabývat se situacemi, které vyžadují propojování různých tematických celků při náročnějších úvahách a provádění delších výpočetních postupů. (podrobněji viz část 6)

2. Typy úloh použité v testu

Katalog uvádí, že test obsahuje úlohy otevřené (žáci svou odpověď sami tvoří) a uzavřené (žáci svou odpověď vybírají z nabídky). V uzavřených úlohách je podle Katalogu vždy právě jedna alternativa v nabídce správná.

Tento požadavek porušují již v samotném Katalogu ukázkové uzavřené úlohy 5 (Funkce) a úloha 3 (Analytická geometrie), v testu jsou pak zařazeny podobně strukturované úlohy 16 a 26. U obou zmíněných úloh testu je totiž správnou odpovědí **uspořádaná posloupnost prvků nabídky**, u úlohy 16 se pak prvky nabídky ve správné odpovědi dokonce **opakují** (NE – ANO – ANO – NE). Tento problém se autoři testu zřejmě pokusili vyřešit tím, že podúlohy 16.1 až 16.4 nazvali úlohami, čímž ovšem vnesli další **pojmový zmatek** do struktury testu.

Nutno říct, že v těchto konkrétních případech jde spíše o problém formální. **Právě u testu z matematiky, která pracuje s přesně definovanými pojmy, však taková nedůslednost autorů testu zaráží.**

3. Zastoupení tematických celků v testu

Přibližné procentuální zastoupení jednotlivých tematických celků v testu uvádí tabulka na str. 10 Katalogu. Doplňili jsme do ní skutečné hodnoty (skut.) podle aktuálního složení testu.

Ačkoli jde o požadavky pro zkoušku z matematiky (tedy pro předmět vyžadující mj. jasné a jednoznačné vyjadřování), není zřejmé, z čeho se procenta v tabulce počítají: Z počtů úloh, z jejich bodového ohodnocení, nebo z něčeho dalšího? Spočítali jsme proto raději složení testu jak podle počtů úloh, tak podle jejich bodového ohodnocení.

Recenzovaný test obsahoval celkem 26 úloh – jedna úloha tedy představuje přibližně 3,85 % celkového počtu úloh v testu. V testu mohl maturant získat maximálně 50 bodů – při přepočtu procentního zastoupení na body tedy pěti procentům v tabulce na str. 10 odpovídá hodnota 2,5 bodu.

Není také jasné, zda autoři tabulky na str. 10 vycházeli z chybného předpokladu (viz níže), že každá úloha testu může patřit jen do jednoho tematického celku (pak by součet skutečného procentního

zastoupení musel být 100 % – součet dolních mezí jednotlivých rozpětí v tabulce je 75 % , součet horních mezí je 150 %). Pokud autoři tabulky připouštěli zařazení některých úloh do více tematických celků (jak tomu v matematice často bývá), mohl být součet skutečného procentního zastoupení větší než 100 % – nám vyšlo (při zařazení některých úloh do více tematických celků) přibližně 135 % (= 35 · 3,85 %). Tmavším pozadím jsou v tabulce níže znázorněny případy porušení požadavků Katalogu.

Tematické celky	Požadované a skutečné zastoupení (%)	Zařazené úlohy (maximální bodový zisk)	Požadovaná a skutečná váha (body)
1. Číselné obory	5–10, skut. 19	4(2), 9(1), 10(2), 18(2), 25(4)	2,5–5, skut. 11
2. Algebraické výrazy	10–20, skut. 15	1(2), 2(1), 3(1), 17(2)	5–10, skut. 6
3. Rovnice a nerovnice	15–25, skut. 19	8(2), 9(1), 10(2), 12(2), 22(2)	7,5–12,5, skut. 9
4. Funkce	10–20, skut. 12	11(2), 12(2), 26(3)	5–10, skut. 7
5. Posloupnosti a finanční matematika	5–10, skut. 15	13(1), 14(2), 16(2), 23(2)	2,5–5, skut. 7
6. Planimetrie	10–20, skut. 19	4(2), 15(2), 18(2), 19(2), 26(3)	5–10, skut. 11
7. Stereometrie	10–20, skut. 4	20(2)	5–10, skut. 2
8. Analytická geometrie	5–10, skut. 12	7(3), 12(2), 17(2)	2,5–5, skut. 7
9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika	5–15, skut. 19	5(1), 6(1), 21(2), 24(2), 25(4)	5–7,5, skut. 10

Do dvou či více tematických celků jsme zařadili úlohy 4, 9, 10, 12, 17, 18, 25 a 26. Dva důvody tohoto kroku uvádíme dále.

Matematika se i na základní středoškolské úrovni vyznačuje tím, že **řadu úloh lze řešit několika různými postupy**. To má mj. zásadní význam při přiřazování úloh k tematickým celkům. Tak například v úloze 17 může maturant (pracně) kreslit přímky v nabídce a porovnávat je s přímkou v zadání (8. Analytická geometrie), nebo může (pohodlně) dosazovat do rovnic v nabídce souřadnice významných bodů přímky v zadání (2. Algebraické výrazy – určit hodnotu výrazu). Ignorujeme přitom možnost, že maturant ještě bere v úvahu směrnice přímek v nabídce, aby si ušetřil práci (resp. hodnoty koeficientů přímé úměrnosti – pak by přicházel v úvahu také tematický celek 4. Funkce). Rovněž úlohu 12 může žák řešit graficky, početně nebo nějakou kombinací obou postupů a nelze předem objektivně rozhodnout, zda přitom bude postupovat spíše podle tematického celku 4. Funkce (určit lineární funkci, sestavit její graf), nebo podle tematického celku 3. Rovnice a nerovnice (řešit početně i graficky soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých). To, jak je úloha v testu prezentována, je pro její přiřazení k tematickému celku víceméně podružné. Rovněž při řešení úlohy 19 může maturant použít sinovou větu, anebo příslušný trojúhelník narýsovat třeba v měřítku 1 km = 10 cm a délku strany ST změřit – oba postupy řadí tentokrát úlohu do tematického celku 6. Planimetrie, ovšem každý do jiné jeho části.

Učitelé matematiky snad budou souhlasit s tím, že žák, který podobné souvislosti vidí a dokáže je při řešení matematických úloh účelně využívat, tím prokazuje lepší zvládnutí učiva než ten, který jen otrocky aplikuje postupy naučené v souvislosti s jednotlivými standardními situacemi. Úlohy, jež zjevně umožňovaly výhodné řešení více postupy, jsme proto museli zařadit do všech odpovídajících tematických celků.

Dalším důvodem pro zařazení úlohy do více tematických celků je skutečnost, že **položky Katalogu nejsou disjunktní**. Například úloha 26 evidentně patří jak do tematického celku 4. Funkce (goniometrické funkce), tak do tematického celku 6. Planimetrie (řešit praktické úlohy s užitím trigono-

metrie pravoúhlého trojúhelníku), i když je zhruba stejně (ne)praktická jako úloha 19. Úloha 25 patří do tematického celku 1 Číselné obory (provádět operace se zlomky – zde rozšiřování zlomků na jmenovatele 100), tak do tematického celku 9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (kde ji autoři testu asi chtěli mít, i když ve skutečnosti jde v úloze opravdu spíše jen o rozšiřování zlomků). Obdobně úloha 18 je úlohou na trojčlenku (1. Číselné obory) a samozřejmě také úlohou patřící do tematického celku 6. Planimetrie (při řešení úloh argumentovat s využitím poznatků vět o shodnosti a podobnosti trojúhelníků). A konečně, úloha 4 zjevně patří jak do tematického celku 1. Číselné obory (provádět aritmetické operace v číselných oborech, příp. provádět operace s mocninami s celočíselným exponentem, neboť v tom žáci nejspíš také udělají nejvíce chyb), tak do tematického celku 6. Planimetrie (mnohoúhelníky).

Drželi jsme se nicméně podrobného vymezení jednotlivých tematických celků: například úlohy 5 a 6 (resp. 11) jsou sice také rovnicemi, ale nikoli ve smyslu Katalogu – podle něj patří jediné do tematického celku 9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (resp. 4. Funkce).

Všechny úlohy testu bylo možno podle Katalogu zařadit do aspoň jednoho tematického celku.

4. Testování úrovně kompetencí maturantů

Katalog uvádí pět kategorií očekávaných kompetencí maturantů, které by „během výuky matematiky na střední škole měly být zohledňovány“. Zabývali jsme se podrobněji tím, které uvedené kompetence maturantů test ověřoval. **Učitelé nepochybně přizpůsobili důrazy ve výuce matematiky požadavkům Katalogu a oni i žáci právem očekávali, že maturitní test bude ověřovat výsledky jejich společné práce.**

Osvojení matematických pojmů a dovedností – žák dovede:	
užívat správně matematické pojmy	všechny úlohy
numericky počítat a užívat proměnnou	všechny úlohy
pracovat s rovinnými a prostorovými útvary	asi čtvrtina úloh
matematicky argumentovat	žádná úloha

U prvních tří položek tabulky nenastal žádný problém, neboť požadavky této části Katalogu víceméně parafrázuji jinou: vyjadřují, že žák má na nespécifikované úrovni zvládnout učivo příslušných tematických celků. **Předmětem testování však nebyla dovednost matematicky argumentovat**, a to ani u úloh, kde by to bylo možné a vhodné. Například v úloze 21, kdyby nebyla pojata jako uzavřená. Vybrat bez jakéhokoli odůvodnění jednu položku nabídky je totiž něco úplně jiného než samostatně dospět ke stejnému výsledku. **Kvalitní učitelé matematiky vyžadují, aby žák svou odpověď zdůvodnil**, neboť ho tak vedou k reflexi svého (tj. žákova) myšlení a mohou rovněž snadněji odhalit případy nepochopení. **Chybná odpověď žáka na uzavřenou úlohu může být interpretována jako nezvládnutí příslušného učiva, správnou odpověď na uzavřenou úlohu však jako jeho zvládnutí interpretovat nelze.**

Matematické modelování – žák dovede:	
matematizovat reálné situace	žádná úloha
pracovat s matematickým modelem	žádná úloha
ověřit vytvořený model z hlediska reálné situace	žádná úloha

Absence matematického modelování je zásadním problémem testu. Zabývají-li se totiž žáci nějakou reálnou situací, je pro žáky asi ze všeho nejobtížnější zvolit odpovídající matematický „apa-

rát“, který budou dále využívat. Rozvíjení této kompetence ve výuce bývá problematické, neboť žáci vědí, které učivo (např. přímá úměrnost, procenta, kvadratické rovnice apod.) se právě probírá, a vědí také, že při řešení reálné situace, před níž je učitel postaví, bude nejspíš možno využít přesně to. Ve skutečném životě je tomu ovšem jinak: žáci musejí především poznat, která část matematiky je pro řešení reálné situace relevantní, najít vzájemný vztah, problém „přeložit“ do matematiky, vyřešit a matematické řešení potom zpětně interpretovat v reálné situaci.

Snad jedinou úlohou testu, která se takové posloupnosti činností přiblížila aspoň formálně, byla úloha 20, i když si lze jen obtížně představit, že někdo má uzavřený skleněný kvádr naplněný obarvenou kapalinou (proč obarvenou?), hraje si s ním a výšku hladiny raději počítá, než aby ji rovnou změřil, když už změřil délku hran kvádrů.

Do většiny ostatních úloh v testu, které se tváří jako „ze života“, **je reálný svět vpraven jen uměle**, jako dekorace či imitace skutečnosti (úlohy 13–15, 19, 22, 24, 25), případně v nich matematizaci reálné situace provedl za žáky autor úlohy (21, 23, 24). Anebo si snad někdo dokáže představit, že by se například vlakvedoucí, cestující nebo výpravčí ocitl v situaci, kdy by musel počítat předpokládané zpoždění vlaku podle zadání úlohy 22? Vlaky jezdí podle grafikonu, ve kterém se při stanovení očekávaného zpoždění prostě odečte časový rozdíl mezi místem, kde se vlak právě nachází, a místem, kde se měl nacházet podle grafikonu. Ten se pak koriguje podle aktuálních podmínek na trase, kterou má vlak ještě projet.

Stačilo by přitom málo. Například slovní úlohy vedoucí na nějaký typ rovnice či soustavy rovnic uvedený v tematickém celku 3. Rovnice a nerovnice. Nebo požadavek, aby žák upravil až algebraický výraz, který získá vyjádřením nějakého reálného vztahu obsahujícího jeden či více obecných parametrů. Anebo neusnadňovat matematizaci podobně, jako to autoři udělali v úloze 21. Úlohy v mezinárodním průzkumu PISA ukazují, že vhodných reálných situací je dostatek. A vůbec by nevadilo, kdyby vedly na jednodušší matematické nástroje – matematizace jako taková není nic snadného.

Vymezení a řešení problému – žák dovede:	
vymezit problém	všechny úlohy !
analyzovat problém	všechny úlohy !
zvolit vhodnou metodu řešení problému	všechny úlohy !
vyřešit problém	všechny úlohy !
diskutovat o výsledcích	žádná úloha
aplikovat osvojené metody řešení problémů v jiných tématech a oblastech	žádná úloha

Ačkoli je v prvních čtyřech řádcích tabulky uvedeno, že příslušnou dovednost ověřovaly všechny úlohy, vykřičníky upozorňují na velmi závažný nedostatek testu. Do fázi vymezení problému, analyzování problému, volby vhodné metody řešení problému a vyřešení problému lze asi rozdělit řešení každé úlohy testu. Potíž je v tom, že všechny úlohy testu vyžadovaly jen velmi krátký proces řešení. **Test tedy vůbec neověřil, zda žák zvládne také problémy, které jsou složitější kvůli počtu kroků vedoucích od seznámení se s problémem až k jeho vyřešení.** To je zcela jiný případ složitosti než větší složitost používaného matematického aparátu. To, že žáci by měli být schopni zabývat se úspěšně také situacemi, k jejichž vyřešení vede delší proces, je přitom zcela nesporné. Učitelé matematiky o tom dobře vědí a ve škole s tím pracují. Úloha 24 se například mohla ptát, jak by se průměrná tržba na jedno představení změnila, kdyby se v důsledku zlevnění dražších lístků na 450 Kč nevyprodala jen tři představení, a to kvůli třetině neprodaných dražších lístků. Z hlediska učiva by přitom pořád šlo o počítání průměru (tj. o učivo 2. stupně základního vzdělávání), ale problém by byl složitější kvůli náročnějšímu plánování postupu řešení a většímu počtu kroků,

kteře by vyřešení úlohy vyžadovalo. A navíc by se v této jinak hodně umělé úloze objevil aspoň náznak reálného ekonomického jevu.

Komunikace – žák dovede:	
číst s porozuměním matematický text	všechny úlohy
vyhodnotit informace kvantitativního i kvalitativního charakteru	všechny úlohy
přesně se vyjádřit	žádná úloha
prezentovat získané informace a výsledky	žádná úloha

Je samozřejmé, že než žák úspěšně vyřeší nějakou otevřenou úlohu testu, musí přečíst s porozuměním matematický text a vyhodnotit informace kvantitativního i kvalitativního charakteru. Tyto nároky na žáka jsou implicitně obsaženy v každé matematické úloze.

Komunikační kompetence ve druhé polovině tabulky test vůbec neověřoval. Je to způsobeno jak uzavřenými úlohami v testu, tak skutečností, že rovněž u otevřených úloh byl předmětem hodnocení jen výsledek. Třibení kultury zápisu postupu při řešení matematických úloh přitom učitelé matematiky chápou jako jeden z důležitých cílů své práce. Ačkoli Katalog požaduje, aby žáci dokonce uměli **zpracovat** získané údaje pomocí grafů, diagramů a tabulek, **do testu nebyla zařazena ani jedna úloha, která by aspoň ověřila, že žáci dokážou „číst“ informace, jež by obsahovaly a vyjadřovaly grafy, diagramy a tabulky již hotové.**

Užití pomůcek – žák dovede:	
využít informační zdroje (odborná literatura, internet ap.)	jen tabulky !
efektivně řešit problémy pomocí kalkulátoru a PC	jen num. kalkulátor !
použít kalkulátor a PC k prezentaci řešení problémů	žádná úloha
použít tradiční prostředky grafického vyjadřování	nanejvýš úloha 19

V době probíhající informační revoluce jsou nepřiměřeně omezené jak informační zdroje, které mohli maturanti využívat, tak pomůcky, které měli při práci povoleny. To vyčítáme spíše původcům koncepčních rozhodnutí o podobě státní maturity než autorům testových úloh (například vůbec nevzali v úvahu, že internet je dnes nejrozšířenějším informačním zdrojem pro většinu žáků). Ovšem také autoři mohli vymýšlet (či hledat) například úlohy z tematického celku 4. Funkce, při jejichž řešení by žáci mohli využít dnes již zcela běžnou kalkulačku s grafickými funkcemi, aniž by to znehodnocovalo smysl testování.

Žáci dnes mohou při řešení matematických úloh výhodně využívat také tabulkové editory (jako je například Excel). To sice mění některé postupy tradičně využívané ve výuce matematiky na středních školách, ovšem výuka i testování se tomu musejí přizpůsobit. Není možné trvat na postupech starých někdy stovky let jen proto, že metodici výuky nedokážou či nechtějí hledat jiné, které by obdobně rozvíjely myšlení a matematické schopnosti žáků. Jejich neschopnost reagovat je nejspíš jedním z důvodů, proč je u nás matematika mezi žáky tak neoblíbená.

Absence úloh, které by ověřovaly třetí a čtvrté kompetence žáků, je zcela zjevná. Také zde těsně souvisí s rozhodnutím využívat uzavřené testové úlohy, příp. otevřené úlohy s velmi krátkou číselnou odpovědí.

5. Srozumitelnost zadání, pravidla hodnocení odpovědí žáků

Zadání všech úloh jsou jednoznačná a srozumitelná (tj. obsahují běžně používané formulace v ustáleném významu). V případech otevřených úloh, kdy zadání obsahuje spíše „estetické“ než přesně vymezené požadavky (například požadavek „upravte na co nejjednodušší tvar“ u úloh 1, 2 a 3), jsou pokyny pro hodnocení odpovědí žáků dostatečně benevolentní a uznávají dokonce i výrazy, které by bylo možné dále zjednodušit (např. $6|d|^2$ v úloze 3).

Chápeme, že pokyny pro hodnocení musely být jednoduché, a tak respektujeme postup autorů i v případech, kdy bychom sami některé odpovědi žáků hodnotili přísněji. Například kořeny kvadratické rovnice v úloze 8 nehrají při řešení stejnou roli (činitelem $x - 2$ lze obě strany rovnice vydělit a řadě žáků se při této operaci „ztratí“ kořen $x = 2$), ale pokyny přiznávají žákům jeden bod z celkem dvou možných v případě, že „je uveden právě jeden kořen a druhý chybí“.

Nemáme k dispozici vyplněné formuláře s odpověďmi žáků, a tak nemůžeme posoudit, zda se hodnotitelé nemohli v některých případech dostat do úzkých kvůli tomu, že pokyny na něco nepamatovaly. Nezdá se však, že by takové případy mohly nastávat hromadně. **Pravidla hodnocení odpovědí žáků pokládáme za přiměřená účelu testu i počtu testovaných žáků. Ke stejným výsledkům jako autoři testu jsme dospěli rovněž při řešení uzavřených úloh.**

6. Obtížnost testu

Při posuzování obtížnosti testu jsme se zabývali **(a)** veřejně dostupnými obecně závaznými podklady pro stanovení obtížnosti testu, **(b)** obtížností vyplývající z rozsahu témat pokrývaných testem, **(c)** obtížností vyplývající z délky postupů nutných k řešení úloh a **(d)** obtížností vyplývající z doby, kterou měli maturanti k dispozici pro řešení testu.

ad (a)

V Katalogu se říká, že „vymezuje požadavky ke zkoušce matematika v základní úrovni tak, aby si je mohli osvojit žáci bez ohledu na typ navštěvované školy a programového dokumentu, z něhož vychází studijní program dané školy. Při jeho zpracování byla zohledněna skutečnost, že na některých středních školách jsou již ověřovány rámcové vzdělávací programy.“

Zpracovatelé Katalogu také uvádějí, že „využili jako podpůrné prameny také publikované standardy a didaktické materiály“, které v Katalogu citují. Citované materiály ovšem nemají charakter obecně závazných dokumentů.

Zkoumali jsme proto, ke kterým úlohám testu mohli žáci najít přiměřenou obdobu v příkladech testových úloh uvedených na konci Katalogu. **Takovou obdobu jsme nenašli k úlohám 4, 5, 6, 11, 19, 22, 25 a 26 testu.** Lze však souhlasit s tím, že zařaditelnost těchto úloh do testu vyplývá přímo z formulací obsažených v bližším vymezení jednotlivých tematických celků. Například rovnice 5 a 6 jsou dostatečně jednoduché, aby mohly spadat pod vyjádření „počítat s faktoriály a kombinačními čísly“, úloha 11 je jednoduchou logaritmickou rovnicí ověřující základní porozumění definici logaritmu („řešit jednoduché exponenciální a logaritmické rovnice“).

ad (b) a (c)

Když už se tvůrci Katalogu rozhodli ponechat pro maturanty ze všech středních škol v tematickém celku 4. Funkce exponenciální a logaritmické funkce, pokládali bychom za vhodnější, kdyby pro test vytvořili například graf nějaké reálné funkční závislosti, v němž by měřítko osy y bylo logaritmické a žáci by měli za úkol předvést, že zobrazeným informacím rozumějí. (Jak jsme již zmínili, jakákoli úloha tohoto typu, i kdyby měla zobrazovat jednodušší závislost, v testu chybí.)

Zde se totiž znovu vrací jeden ze základních problémů české školy: **rozpor mezi nutností probrat poměrně široké pole učiva na straně jedné a potřebou rozvíjet myšlení žáků například směrem k větší hloubce, důkladnosti, přesnosti a vytrvalosti na straně druhé.**

Pokud by tedy například učitelé matematiky naučili žáky osvojovat si **samostatně** nové matematic-

ké pojmy a vztahy, což až na vzácné výjimky nečiní (a nepředpokládají to ani závazné pedagogické dokumenty), bylo by v zásadě úplně jedno, zda se žáci na střední škole setkají s logaritmem či exponenciálou, nebo ne: až by tyto pojmy potřebovali, snadno by se je z vhodné učebnice naučili sami. Učitelé se místo toho musejí soustředit na to, aby „probrali“ veškeré předepsané učivo. Pokud je ho mnoho, musí se do hlav žáků dostávat už jako hotové, a nemůže tam proto vydržet dlouho, neboť žáci si je nepromyslí ze všech stran, nenavážou je na jiná matematická témata a nepracují s nimi do dostatečné hloubky.

Vzhledem k tomu, že učitelé na gymnáziích mají na kultivaci matematického myšlení žáků více času než učitelé celé řady středních odborných škol (a to jak absolutně, tak relativně vzhledem k výchozím schopnostem žáků), **poškozuje toto extenzivní pojetí výuky matematiky vynucené množstvím požadovaného učiva především negymnazisty.**

ad (d)

Žáci měli na vyřešení 26 úloh testu 90 minut čistého času, tj. v průměru cca 3,5 minuty na úlohu. Nemyslíme si, že to je mnoho, zvláště bereme-li v úvahu, že žáci museli neustále „přepínat“ od jednoho tématu ke druhému. U některých úloh bylo ze zadání okamžitě jasné, jak je třeba (resp. možné) postupovat, jindy si žáci museli poměrně složitě rovnat v hlavě všechny vstupní informace. Ačkoli naprostá většina úloh vypadá vlastně jednoduše (a také taková je), **správné vyřešení jejich souhrnu v uvedeném množství a čase rozhodně jednoduché není.**

Pokud Cermat zachová hranici úspěšnosti 33 %, jistě tím náročnost celého testu výrazně sníží. Je ovšem otázka, nakolik maturanti dokázali využít toho, že jim stačí jen třetina maximálního bodového zisku. Přinejmenším ti pomalejší by k tomu potřebovali umět poznat předem, do kterých úloh se vůbec nemají pouštět...

V Praze
15. 6. 2011

RNDr. Oldřich Botlík, CSc., absolvent MFF UK v Praze v roce 1974
spoluautor a editor matematických testů projektu KALIBRO

Mgr. Pavel Böhm, absolvent MFF UK v Praze v roce 2006
učitel matematiky a fyziky na gymnáziu, doktorand na Katedře didaktiky fyziky MFF UK

RNDr. David Souček, absolvent MFF UK v Praze v roce 1989
spoluautor matematických testů projektu KALIBRO a organizátor tohoto projektu