

Odborný posudek úlohy č. 22 didaktického testu z matematiky společné části maturitní zkoušky v jarním zkušebním období roku 2015

1.

Pojem „papírová čepice“ není matematický a neoznačuje jednoznačně určený předmět. Například televizní Večerníček nosil papírovou čepici tvořenou několika rovnými plochami a poskládanou ze stránky novin bez nutnosti cokoli slepovat. Proto bylo zapotřebí, aby zadání úlohy upřesnilo podobu čepice pomocí matematických pojmů, které jsou definovány jednoznačně a maturanti je mají znát podle tzv. Katalogu požadavků.

Na úlohu č. 22 se vztahují především tyto požadavky jeho části **7 Tělesa**:

Žák dovede:

- charakterizovat jednotlivá tělesa (krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části), vypočítat jejich objem a povrch;
- využít poznatků o tělesech v praktických úlohách.

2.

Základním problémem zadání úlohy 22 je, že matematický popis v zadání **neodpovídá** papírové čepici, jejíž tvar lidé znají třeba z karnevalů. Jde o to, že obvyklá karnevalová čepice nemá dno (základnu kužele), zatímco – jak bude vysvětleno níže – podle matematického popisu papírové čepice uvedeného v zadání musí jít o kužel včetně dna (základny). Přesněji řečeno, obvyklá karnevalová čepice je tvořena pláštěm rotačního kužele, zatímco podle matematické části zadání je předmětem výpočtu celý povrch kužele (tedy plášť rotačního kužele i podstava). Je ovšem také třeba poznamenat, že obvyklý tvar karnevalové čepice je špičatější, než je tvar papírové čepice v zadání.

3.

Autor úlohy napsal, že **čepice má tvar rotačního kužele**. Rotační kužel je plné těleso – podobně jako třeba kulečnicková koule nebo obyčejná cihla. Určitě tedy má podstavu – dno čepice. Kdyby měl autor úlohy na mysli papírovou čepici bez dna („kornout“), nepochybně by jako matematik uvedl v zadání, že **čepice má tvar PLÁŠTĚ rotačního kužele**. Je možné, že se chtěl této formulaci vyhnout, protože pojem „plášť rotačního kužele“ ani výpočet jeho povrchu nejsou v Katalogu požadavků uvedeny explicitně – jediným tělesem, u něhož Katalog požadavků zmiňuje rovněž jeho části, je koule. Povrch rotačního kužele se ovšem počítá jako součet povrchu jeho pláště a obsahu jeho podstavy.

4.

Zásadním důvodem, proč podle zadání musí mít čepice dno, je poslední věta zadání nad obrázku. Autor úlohy v ní tvrdí, že osovým řezem kužele je **rovnostranný trojúhelník**. Jako matematik tedy určitě nemůže mít na mysli čepici bez dna („kornout“), protože třetí ze stran tohoto trojúhelníku (ta, která není součástí pláště) patří do osového řezu kužele jedině tehdy, je-li kužel chápán **včetně své podstavy**. Nemá-li čepice dno, není zmíněný trojúhelník jejím osovým řezem. A naopak, je-li třetí strana trojúhelníku součástí osového řezu rotačního kužele, pak dno (podstava rotačního kužele) musí být součástí papírové čepice. Tomu ostatně odpovídá i obrázek čepice s bílým dnem rozděleným třetí úsečkou na dvě shodné části. Jiný výklad není možný – **papírová čepice bez dna odporuje matematickému popisu v zadání**.

5.

Úloha č. 22 nebyla součástí zkoušky z navrhování, výroby či nošení papírových čepic – byla součástí maturitního testu z matematiky. **Žáci a studenti si mají v předmětu matematika osvojit mimo jiné, že ve svých úvahách a výpočtech mohou vycházet pouze z toho, co určité platí. Je to jeden z vůbec nejdůležitějších návyků provázejících užití matematických poznatků.** Zadání úlohy neříká nic o tom, k čemu bude papírová čepice použita. Neříká dokonce ani to, že bude nošena na hlavě. A rozhodně neuvádí, že čepice nemá dno – jakkoli je zřejmé, že třeba na basketbalovém míči by taková čepice seděla lépe, kdyby dno neměla. Čepice ovšem mohla být zhotovena například jako doplněk objemného účesu nějaké dámy, k němuž měla být připevněna tak nenápadně, jak to jen lze. Tedy bez gumičky pod bradou dámy a bez viditelných vlásenek. **Takovým požadavkům by pak lépe vyhovovala čepice se dnem.**

6.

Doplňující informace (konstrukční detaily uvedené v závorce i oba obrázky) jsou slučitelné jak s čepicí se dnem, tak s čepicí bez dna.

7.

Z matematických formulací v zadání proto **jednoznačně vyplývá**, že spotřeba papíru na výrobu čepice se spočítá jako součet obsahu pláště rotačního kužele ($128\pi \text{ cm}^2$) a obsahu podstavy rotačního kužele ($64\pi \text{ cm}^2$). Žádné další doplňující informace v zadání tomu neodporují. **Matematicky správnou odpovědí na otázku v zadání je tedy položka C ($192\pi \text{ cm}^2$).**

8.

Formát této uzavřené úlohy (tj. výběr jediné správné položky z pěti nabízených) neposkytuje hodnotiteli žádné informace o tom, jak žák ke svému výsledku dospěl. Žák nemusí na záznamovém archu výsledek nijak odůvodňovat ani zaznamenávat jednotlivé kroky výpočtu. Naopak, v bodě 2 Pravidel správného zápisu odpovědí (první strana zadání testu) se uvádí, že hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu** a jakýkoli jiný způsob zápisu odpovědí než křížkem přes správný čtvereček bude považován za nesprávnou odpověď. **Žák tedy ani nesměl svůj postup vysvětlit, pokud nechtěl, aby jeho odpověď byla odmítnuta z formálních důvodů.** Za těchto okolností musí hodnotitel vždy předpokládat, že žák dospěl ke své odpovědi relativně racionální úvahou a z ní vycházejícím správným výpočtem. Schopnost vypočítat povrch kužele (resp. jeho části) a schopnost využít poznatků o tělesech (viz Katalog požadavků, část 7) pak žák osvědčil, ať uvedl správnou odpověď C, či nesprávnou odpověď B. **Žák, který uvedl odpověď C, ovšem osvědčil důslednější a přesnější matematické uvažování než žák, který uvedl odpověď B.**

ZÁVĚR

Jakkoli je zadání úlohy 22 matematicky jednoznačné (se správnou odpovědí C), je **matoucí**. Uvažování žáků, kteří uvedli nesprávnou odpověď B, by tudíž v kontextu převládající výuky matematiky na základních a středních školách nemělo být trestáno ztrátou bodů.

V Praze dne 16. 5. 2015

RNDr. Oldřich Botlík, CSc.